

## **O PROBLEMA DAS IDEIAS DE NATUREZA SIMPLES PARA A GEOMETRIA NÃO-EUCLIDIANA E PARA A FÍSICA NÃO-NEWTONIANA A PARTIR DA ANÁLISE DE GASTON BACHELARD**

Willian dos Santos Godoi<sup>1</sup>  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)

### **RESUMO:**

O seguinte artigo tem como objetivo apresentar o problema das ideias de natureza simples para o desenvolvimento da ciência. Partindo da perspectiva de Gaston Bachelard, apresentaremos dois casos específicos da geometria e da física em relação ao problema da simplicidade de suas noções de base, desde as dificuldades ocasionadas pela simplificação até a superação realizada pelo desdobramento das ideias simples de “paralelas” e “simultaneidade” através do desdobramento dessas noções. A ciência contemporânea ao utilizar como ferramenta metodológica a teorização matemática, descobre que os fenômenos estudados por ela são compostos por diversos tipos de relações que escapam a análise puramente empírica. A matemática consegue examinar de maneira mais profunda o fenômeno, e descobre que aquilo que parece simples aos sentidos, é na realidade, complexo, pelo fato de ser composto por uma diversidade de elementos. O pensamento científico moderno com base no cartesianismo procurava sempre partir da análise daquilo que é considerado simples, e desse modo, acaba mutilando algumas características que compõe os fenômenos. O método matemático possibilita a deformação das ideias simples, permitindo que a ciência contemporânea altere quando necessário suas noções de base. Os avanços na área da física e da geometria são exemplos de reformulação de pensamento, devido à alteração dos princípios simples sobre os quais estavam assentados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Simplicidade; Paralela;. Simultaneidade; Física não-newtoniana; Geometria não-euclidiana.

---

<sup>1</sup> Mestrando na linha de Ontologia e Epistemologia do Programa de Pós-Graduação em Filosofia pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR) , Paraná – Brasil.Email: willian.filosofia@yahoo.com.br

## **THE PROBLEM OF SIMPLE NATURE IDEAS TO THE NON-EUCLIDIAN GEOMETRY AND NON-NEWTONIAN PHYSICS FROM THE ANALYSIS OF GASTON BACHELARD**

### **ABSTRACT:**

The following article aims to present the problem of the nature simple ideas for the development of science. From the perspective of Gaston Bachelard, we present two cases of geometry and physics to the problem of the simplicity of its basic concepts, from the difficulties caused by simplification to overcoming held by the deployment of simple ideas of "parallel" and "simultaneity" through the deployment of these notions. Contemporary science to use as a methodological tool to mathematical theorizing, discovers that the phenomena studied by it are composed of different types of relationships that are beyond the purely empirical analysis. Mathematics can examine more deeply the phenomenon, and discovers that what seems simple to the senses, is actually complex, because it is composed of a variety of elements. Modern scientific thought based on Cartesian always looking for the analysis of what is considered simple, and thus end up mutilating some characteristics that make up the phenomena. The mathematical method allows the deformation of simple ideas, allowing the contemporary science when necessary change its basic concepts. Advances in the area of physics and geometry are examples of reformulation of thought, due to the change of simple principles on which they were affirmed.

**KEYWORDS:** Simplicity; Parallels; Simultaneity; Non-Newtonian physics; Non-Euclidean geometry.

### **Introdução**

O objetivo desse artigo é apresentar com base no pensamento do filósofo francês Gaston Bachelard, o problema ocasionado por ideias de tipo simples para a ciência. A simplicidade reduz os fenômenos e mutila as relações entre as noções científicas, pelo fato, do objeto ser apenas observado pelo seu aspecto fenomenal. Para Bachelard a base da investigação científica contemporânea são os fenômenos complexos, isto é, fenômenos que fazem relações com diversas noções, de modo a apresentar o objeto científico de maneira mais rica e completa. A atividade da ciência contemporânea pautada em uma metodologia matemática apresenta uma relação de complexidade que é inerente aos objetos e as noções científicas.

O pensamento científico moderno tinha como base de metodologia o ideal cartesiano<sup>2</sup> de redução dos fenômenos da natureza, dessa forma, tanto os fenômenos quanto as noções científicas deveriam ser simples para poderem ser compreendidos. A prática puramente empírica baseada no ideal simplificador cartesiano, apenas revelava a característica simples dos fenômenos, pelo fato da experiência não conseguir captar além das características superficiais dos objetos.

A metodologia da ciência moderna buscava apenas a simplicidade postulada pelo pensamento cartesiano, e desse modo, quando encontrava um objeto e conseguia descreve-lo matematicamente, seu trabalho era considerado cumprido.

Bachelard criticava o pensamento ou método que visasse à acomodação da ciência em ideias (ou princípios) considerados simples e absolutos, por estes serem obstáculos que entravavam o progresso e o desenvolvimento científico. É na história das ciências, que Bachelard desenvolve sua crítica, e dessa forma, partiremos de dois exemplos precisos dados pelo autor, para entendermos quais os problemas ocasionados pelas ideias de tipo simples, e de que forma, a abertura dessas ideias pôde proporcionar o desenvolvimento da ciência.

Utilizaremos como exemplo a crítica da geometria não-euclidiana à noção de “paralelas” da geometria de Euclides e a crítica da física não-newtoniana<sup>3</sup> à ideia de “simultaneidade” da física de Newton.

A física não-newtoniana e as geometrias não-euclidianas, surgiram de críticas as ideias simples, que por sinal, apenas forneciam prova de sua simplicidade se fossem analisadas por seu aspecto fenomenal.

Nesse artigo exploraremos mais detidamente a ideia da abertura das ideias consideradas simples. E apresentaremos que a abertura das noções de base simples foi o que possibilitou o progresso científico nas áreas da física e da geometria.

### **As geometrias não-euclidianas e o problema das paralelas**

Utilizaremos as geometrias não-euclidianas para apresentar dois aspectos analisados por Bachelard, que foram introduzidos pelo surgimento dessa ciência: 1º) O primeiro aspecto se refere a dialetização do pensamento geométrico, ou poderíamos dizer, a separação do pensamento euclidiano em direção a um pensamento não-euclidiano; 2º) O segundo aspecto se refere as possíveis condições de síntese das diferentes geometrias, sendo que Bachelard divide essa síntese em dois grupos: a) as sínteses seriam

---

<sup>2</sup> Não entraremos detidamente no problema cartesiano de simplificação dos fenômenos. Apenas mencionamos o pensamento cartesiano, pois Bachelard acredita que é esse o pensamento-guia de toda a ciência partir de Descartes, de forma que o método dessas ciências é partir sempre da simplificação aparente.

<sup>3</sup> A física não-newtoniana é o mesmo que a física de Einstein ou a física relativista.

realizadas através de elementos correspondentes dentro de diferentes geometrias; b) o surgimento das ideias de grupo.

A ideia de dialética e síntese da geometria analisada por Bachelard serve para especificar a dialética entre a razão e a experiência no interior do pensamento científico contemporâneo. A razão matemática apresentada pela geometria, aponta o dinamismo da razão no interior da ciência. A geometria não era formada por um racionalismo que a encerrava, a geometria não era completa e acabada como se imaginava. Com o surgimento das geometrias não-euclidianas, a geometria euclidiana se expande, de modo que a dialética da geometria estaria inscrita na separação entre o euclidiano e o não-euclidiano, mas também, nas generalizações do euclidiano feitas pelo não-euclidiano. A geometria se dividiu e se alargou graças a um movimento de dialética e síntese.

Em relação a dialetização do pensamento geométrico Bachelard afirma que “devemos pôr em evidência o jogo dialético que fundamentou o não-euclidismo, jogo que volta a abrir o racionalismo, a afastar esta psicologia duma razão encerrada, fechada em axiomas imutáveis.” (BACHELARD, 1978, p. 100). A unidade da geometria euclidiana durou aproximadamente dois mil anos<sup>4</sup>, (mais ou menos entre 300 a.C com a criação dos “Elementos” de Euclides até aproximadamente entre os anos de 1829 e 1832 com os escritos de Nikolai Lobatchewski e János Bolyai referente a alternativas sobre o postulado das paralelas) assim, “a geometria recebe sem dúvida acréscimos numerosos, mas o pensamento fundamental permanece o mesmo [...]” (BACHELARD, 1978, p. 100).

A geometria euclidiana foi fundamentada numa série de axiomas, e até o surgimento das geometrias não-euclidianas seus axiomas permaneciam incontestáveis. Com exceção do quinto axioma ou postulado<sup>5</sup> da geometria euclidiana, que parecia não ser absolutamente inquestionável. Esse é o famoso postulado das paralelas, e foi partindo desse postulado que os geômetras puderam questionar a possibilidade da existência de outras geometrias que não fossem as euclidianas. Bachelard afirma que “[...] d’Alembert considera a petição de Euclides relativa ao paralelismo como um teorema a demonstrar.” (BACHELARD, 1978, p. 101).

O quinto postulado de Euclides ou o postulado das paralelas, foi considerado como demonstrável e incontestável até o surgimento das geometrias não-euclidianas e, até então, poucos geômetras haviam se questionado sobre a real existência das paralelas, e sobre a veracidade do postulado. Que o postulado de Euclides “[...] corresponde a uma verdade, a

---

<sup>4</sup> Segundo Carl Benjamin Boyer, a geometria não-euclidiana nasceu oficialmente em 1829 com o artigo de Lobatchewski intitulado “Sobre os Princípios da Geometria”.

<sup>5</sup> Este postulado pode ser descrito da seguinte maneira: “Que, se uma reta cortando duas retas faz os ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois ângulos retos, as retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram desse lado em que dois ângulos são menores que dois ângulos retos.” (BOYER, 1996, p.73).

um fato matemático, ninguém então o duvida. Em outras palavras, para todos os geômetras até o fim do século XVIII, as paralelas existem.” (BACHELARD, 1978, p. 101). O postulado de Euclides era comprovado pela experiência comum, e um realismo apressado também confirmaria a existência das paralelas, pelo fato delas conseguirem se ajustar ao mundo que rodeava a todos. Desse modo, pareceria justo afirmar que “a experiência usual legitima esta noção tanto diretamente como pelas suas conseqüências indiretas.” (BACHELARD, 1978, p. 101). Para a experiência que permanecia acomodada com a capacidade da geometria euclidiana de explicar o mundo, não haveria necessidade de questionar a existência ou não das paralelas. Questionar a existência das paralelas parecia então apenas um exercício lógico, que não teria ligação nenhuma com uma descoberta científica significativa.

Em relação à demonstrabilidade do quinto postulado de Euclides, Bachelard afirma que:

O que parece faltar, o que causa escândalo, é o fato de que não se pode ainda coordenar este teorema simples no conjunto dos teoremas demonstrados. Nunca se põe em dúvida a existência das paralelas. Aí ainda, o realismo prematuro é um desconhecimento profundo da natureza do problema. (BACHELARD, 1978, p. 101).

O grande problema em relação ao postulado das paralelas era que não se conseguia demonstra-lo, mas mesmo assim, ele permanecia sendo um axioma. Os outros postulados de Euclides eram claros e incontestáveis, o quinto postulado era claro, mas não parecia ser incontestável. É diante de “[...] um teorema por demonstrar, de uma verdade por estabelecer, de um fato por legitimar que se colocam Shacheri e Lambert no século XVIII, Taurinus e De Tilly muito mais tarde no século XIX.” (BACHELARD, 1978, p. 101). Esses matemáticos começaram a desconfiar da existência das paralelas como afirmava o quinto postulado de Euclides. A dúvida sobre o quinto postulado começa a surgir com esses matemáticos, porém, eles não chegam a elaborar uma nova axiomática, eles apenas se perguntam o que aconteceria se o postulado sobre as paralelas fosse abandonado ou modificado.

O método desses matemáticos deu origem a um não-euclidismo primitivo, que consistia em fazer analogias entre as paralelas de um plano e os círculos sobre uma esfera. Eles perceberam que fazendo certas analogias entre as paralelas em um plano e as linhas curvas desenhadas sobre uma superfície esférica, “[...] vários teoremas se encadeiam da mesma maneira.” (BACHELARD, 1978, p. 101). Resumidamente, o método utilizado pelos matemáticos que começaram a duvidar da existência das paralelas, foi um método de analogia entre a geometria euclidiana e as geometrias não-euclidiana primitivas.

Segundo Bachelard (1978, p. 101), o método utilizado nessas formas de geometrias não-euclidianas primitivas colocaram “[...] em evidência a idéia filosófica geral da nova liberdade matemática.” Partindo da dúvida referente ao quinto postulado de Euclides, esses matemáticos puderam analisar os tipos de planos em que as paralelas de Euclides se comportavam de maneira diferente daquela apresentada pelo postulado. Então, descobriram que o postulado de Euclides só apresenta as suas características quando as paralelas são analisadas sobre superfícies planas. Quando analisa-se as paralelas em uma superfície esférica, não pode-se mais esperar aquilo que foi postulado pela petição de Euclides. A ideia filosófica que permeia a nova liberdade matemática se refere ao percebermos que:

o papel das entidades precede à sua natureza, e que a Essência é contemporânea da relação. Assim, compreender-se-á o problema levantado pela petição de Euclides quando se considerar verdadeiramente o papel das retas num plano, e não mais sua natureza de absoluto ou de ser, quando se souber, variando a aplicação, generalizar a função da noção de reta no plano, quando se fizer a instrução sobre o prolongamento das noções fora de seu domínio de base. (BACHELARD, 1978, p. 101).

O quinto postulado de Euclides não poderá mais ser considerado como absoluto em relação às paralelas devido ao fato das novas geometrias comprovarem a ineficácia desse postulado em superfícies esféricas. Esse postulado perde então o caráter de universalidade quando confrontamos as paralelas de um plano em outros tipos de superfícies que não sejam as planas.

Além disso, interessa-nos notar que a teorização sobre o comportamento das paralelas só tem essência quando aplicadas a uma espécie de superfície. Antes dos matemáticos aplicarem as paralelas em superfícies planas, acreditava-se fielmente na realidade das paralelas, e acreditava-se então que elas poderiam adaptar-se a qualquer superfície que pudesse existir.

O “ser” das paralelas, não seria aquele apresentado pelo postulado de Euclides, e sim, o ser apresentado pela aplicação da noção de paralela. A noção de paralela enquanto dita pelo postulado de Euclides, é essencialmente uma noção de caráter “simples” e “claro”. É uma noção que seria considerada indubitavelmente verdadeira, e que poderia responder as demandas de diversos problemas apresentados pela ciência.

Sobre a simplicidade das paralelas apresentadas pela geometria euclidiana, Bachelard afirma que “a simplicidade não será mais, como a coloca a epistemologia cartesiana, a qualidade intrínseca duma noção, mas só uma propriedade extrínseca e relativa, contemporânea da aplicação, tomada numa relação particular.” (BACHELARD, 1978, p. 102). As

paralelas não podem ser noções simples por si mesmas, elas só são simples relativas a sua aplicação em algum tipo particular de superfície.

As paralelas de Euclides não servem mais para descrever outros tipos de superfície, e desse modo, existindo diferentes superfícies, será necessário utilizar outros tipos de paralelas. Portanto, se as paralelas da geometria euclidiana não são mais suficientes para descrever todos os tipos de superfícies, então isso significa que a realidade dessas paralelas pode ser questionada em relação ao plano em que alguém as estuda. Desse modo, as paralelas de Euclides têm mais realidade numa superfície plana do que numa superfície esférica.

Segundo Bachelard, o surgimento do não-euclidismo “[...] reside na depuração duma noção pura, na simplificação duma noção simples.” (BACHELARD, 1978, p. 102). A depuração do não-euclidismo se refere claramente a dúvida empregada em relação ao quinto postulado da geometria euclidiana, sendo que o não-euclidismo parte da incerteza sobre a realidade das paralelas. A simplificação realizada pelo não-euclidismo, refere-se a extensão e ao alongamento da noção de paralela. Uma paralela era considerada como uma noção clara e simples para o pensamento geométrico clássico, entretanto, com o desenvolvimento do não-euclidismo, a noção simples de paralela cede lugar a uma noção complexa. Para a geometria não-euclidiana a paralela não é simples, mas pode ser simplificada.

O método iniciado através da dúvida do quinto postulado de Euclides por matemáticos como Shacheri, Lambert, Taurinus e De Tilly, foi importante pelo fato de terem levantado perguntas referente aos diversos tipos de paralelas que poderiam existir, porém, não poderia se dizer que foram esses matemáticos que fundaram a geometria não-euclidiana, devido ao fato deles terem levantado perguntas, e não terem se empenhado em expandir a nova geometria. Como apontamos, o método desses matemáticos era o mais próximo das analogias entre o postulado de Euclides em relação planos curvos e esféricos.

Considera-se os fundadores da geometria não-euclidiana o matemático russo Nikolai Lobatchewski e o matemático húngaro János Bolyai. Bachelard afirma que comparada as pesquisas dos matemáticos que começaram a levantar dúvidas sobre o postulado das paralelas:

as construções de Lobatchewski e de Bolyai se apresentam numa dialética mais franca, pois a cadeia de teoremas que decorrem da escolha não-euclidiana do axioma das paralelas se estende cada vez mais e se liberta do guia das analogias. (BACHELARD, 1978, p. 102).

A construção de teoremas realizada por Lobatchewski e Bolyai na escolha não-euclidiana do postulado das paralelas alargou a extensão da geometria, e além disso, “[...] durante vinte e cinco anos, Lobatchewski se

ocupou mais em estender sua geometria que em fundamentá-la. Aliás, não era possível fundamentá-la a não ser estendendo-a.” (BACHELARD, 1978, p. 103).

No seu início, a geometria não-euclidiana gerava muitas dúvidas referentes a validade dos seus teoremas. Como apontamos, a geometria euclidiana era mais cômoda e se adaptava melhor a experiências realizadas pelos cientistas e também a compreensão dos elementos geométricos pelo senso comum. Alguns até questionavam a solidez do pensamento não-euclidiano, apresentando um argumento que consistia em provar a veracidade do postulado de Euclides por redução ao absurdo. Da seguinte forma:

Uma vez que não se chega a demonstrar diretamente a proposição de Euclides, tomemo-la como verdade a estabelecer por absurdo. Substituamos portanto esta proposição pela proposição contrária. Tiremos conclusões do quadro dos postulados assim modificado. Estas conclusões não podem deixar de ser contraditórias. Por conseguinte, já que o raciocínio é bom, é a proposição tomada como base que está errada. É preciso portanto restabelecer a proposição de Euclides, que assim é validada. (BACHELARD, 1978, p. 103).

Se construimos uma série de teoremas sobre o contrário do postulado de Euclides, e esses teoremas não deixarem de serem contraditórios entre si, isso significa que o postulado em sua forma normal deveria ser o correto pelo fato de não gerar contradição. Acreditava-se que pelo fato da geometria não-euclidiana partir da escolha não-euclidiana sobre o postulado das paralelas, e esse postulado ser considerado verdadeiro por absurdo, não deveria tardar o momento de surgir uma contradição dentro das novas geometrias. Entretanto:

não só se percebe que a contradição não sobrevém, mas também não se tarda a estar diante duma dedução aberta. Enquanto um problema tratado por absurdo se dirige assaz rapidamente a uma conclusão em que a absurdidade se manifesta, a obra dedutiva resultante da dialética lobatchewskiana se constitui cada vez mais solidamente no espírito do leitor. (BACHELARD, 1978, 103).

As geometrias não-euclidianas não apresentam a contradição esperada, e continuam se estendendo solidamente cada vez mais. A dialética do pensamento geométrico se refere justamente a extensão do não-euclidiano a partir do postulado das paralelas de Euclides. Do euclidiano parte-se em direção ao não-euclidiano.



O papel da dialética no pensamento científico contemporâneo pode ser melhor compreendido quando entramos nos problemas das generalizações das noções matemáticas realizadas pelo pensamento não-euclidiano. Bachelard menciona uma carta de Houël que fora destinada a De Tilly em 1870, na qual o remetente havia informado o destinatário sobre o fato dos euclidianos pensarem que os não-euclidianos estavam negando a sua geometria, sendo que na realidade, os não-euclidianos não estavam fazendo mais do que generalizar a geometria de Euclides, desse modo, Lobatchewski e Euclides poderiam estar em concordância.

Assim, as geometrias não-euclidianas poderiam ser consideradas como complementos da geometria de Euclides. Poderíamos dizer que o objetivo das geometrias não-euclidianas seria estender o pensamento geométrico, e não, negar a geometria de Euclides, como pensavam os euclidianos.

Afirmamos também que a noção de reta só teria sua essência em relação a sua aplicação em algum plano, e isso se deveria ao fato de que no pensamento euclidiano a noção de paralela era considerada como um postulado demonstrável e inegável, que por sua vez, deveria ser capaz de ser aplicada a qualquer tipo de plano. Na geometria os geodésicos englobam a noção de paralela, sendo que esta poderia ser utilizada normalmente se a noção de geodésicos forem simplificados. Portanto, os geodésicos são noções matemáticas complexas devido a sua extensão e a sua capacidade de constituir relações.

Poderíamos nos questionar sobre o papel do realismo na noção de retas das geometrias, pois:

não seria preciso aliás apressar-se a fazer passar o realismo matemático da linha para a superfície e imaginar que é só a pertinência duma linha a uma superfície que dá realidade à linha. O problema do realismo matemático é mais oculto, mais indireto, mais longínquo, mais abstrato. Dir-se-ia mais exatamente que a realidade duma linha se fortifica pela multiplicidade de suas pertinências a superfícies variadas, melhor ainda, que a essência duma noção matemática se mede pelas possibilidades de deformação que permitem estender a aplicação desta noção. De maneira geral, o que se reconhece verdadeiramente o mesmo nas aplicações mais diversas, eis o que pode servir de fundamento para a definição da realidade material. (BACHELARD, 1978, p. 102).

Seria muita ingenuidade afirmar apressadamente a realidade de uma paralela com base apenas na aplicação desta a uma superfície plana, assim, se a realidade de uma noção se fortifica com a sua capacidade de aplicação em diferentes tipos de superfícies, poderíamos afirmar então, que os geodésicos tem mais realidade que as paralelas da geometria euclidiana.

Desse modo, segundo Bachelard, poderíamos perceber que “[...] a medida do realismo matemático se prende antes à extensão das noções que à sua compreensão; a linha geodésica tem mais realidade que a linha reta.” (BACHELARD, 1978, p.102). O realismo matemático se enriquece com a extensão das suas noções, ou, poderíamos dizer também, com a complexificação das suas noções. A extensão matemática que complexifica as noções científicas, torna as noções mais reais, do que as noções consideradas simples por determinados tipos de ciência.

No caso da geometria, os geodésicos são noções complexas, pois se adaptam e podem ser aplicados a mais tipos de superfícies. Eles são mais dinâmicos do que as retas paralelas da geometria euclidiana, pois estas são noções consideradas simples e encerradas dentro de um esquema muito geral de racionalismo, que por sua vez, teriam a pretensão de serem inscritas em qualquer tipo de superfície geométrica. Os geodésicos não são noções tão claras de serem conhecidas quanto as paralelas dos euclidianos, e desse modo, o realismo matemático é mais solidário da extensão das noções do que da capacidade de compreensão sobre as noções. Os geodésicos podem ser aplicados a diversos tipos de superfícies e mesmo assim, permanecem sendo aquilo mesmo que o são. Assim:

o pensamento matemático toma impulso com o aparecimento das idéias de transformação, de correspondência, de aplicação variada. Ora, não é no jogo dialético que a extensão atinge seu máximo e a transformação une as formas mais estranhas? É por este jogo que o espírito pode medir sua ação sobre a realidade matemática. (BACHELARD, 1978, p. 102).

A extensão da geometria não-euclidiana permite a sua união com a geometria euclidiana, dessa forma, a geometria passa a ser uma pangeometria. Na pangeometria a noção de paralela não pode mais ser considerada uma noção simples, mas sim, uma noção simplificada. Quem desejar aplicar a noção de retas numa superfície plana de modo menos complicado, poderia desconsiderar algumas sutilezas inscritas no interior nos geodésicos, e utilizar as paralelas de Euclides para descrever essa superfície. Após o surgimento da geometria não-euclidiana a noção de paralela não poderia jamais ser considerada uma noção simples e absoluta como queriam os euclidianos.

Além da pangeometria criada graças aos esforços dos não-euclidianos, gostaríamos de tratar sobre a síntese entre a geometria euclidiana e não-euclidiana que possibilitaram a unificação do pensamento geométrico. A síntese da geometria, segundo Bachelard, seria a característica própria do resultado de uma dialética exata e completa.

A síntese dos diferentes tipos de geometria só foi possível graças a desconcretização dos objetos inerentes ao domínio da geometria. Aqui cabe

mais uma crítica a filosofia realista, que procurava urgentemente concretizar os postulados da geometria. O realismo matemático como afirmamos, se deve primeiramente a extensão das noções e em seguida a aplicação dessas noções nos diversos tipos de áreas abarcadas por uma ciência específica, entretanto, tudo isso foi referido em relação a apenas um tipo de pensamento científico, no nosso caso, utilizamos como exemplo os geodésicos da geometria não-euclidiana. Porém, ao tratarmos do realismo matemático de uma pangeometria, veremos que esse realismo seria expresso através de uma coerência entre diferentes geometrias. Esta coerência deveria ser procurada:

no que há de comum nas geometrias contrárias. É preciso estudar a correspondência estabelecida entre estas geometrias. É fazendo corresponder as geometrias que o pensamento matemático toma realidade. (BACHELARD, 1978, p. 104).

Dessa forma, poderíamos afirmar que os conceitos da geometria ganham mais realidade, devido, a capacidade de correspondência de um conceito de uma geometria com outras geometrias. Por isso os geodésicos possuem mais realidade que as noções de reta da geometria euclidiana. De maneira simplificada os geodésicos correspondem as retas dos euclidianos e aos próprios geodésicos dos não-euclidianos. E de que forma poderiam se fazer correspondências entre os conceitos de diferentes tipos de geometria?

Segundo Bachelard, a correspondência de conceitos, só pode ser feita através da forma algébrica das geometrias. Dessa forma, se encontrássemos uma contradição na forma algébrica da geometria não-euclidiana, encontraríamos uma contradição também na forma algébrica da geometria de Euclides. Assim, se a correspondência dos conceitos das geometrias é dada através da forma algébrica:

uma contradição não seria de temer mais no sistema de Lobatchewski do que no sistema de Euclides, já que uma contradição geométrica de qualquer origem repercutiria na forma algébrica e daí em todas as outras geometrias em correspondência. (BACHELARD, 1978, p. 104.)

Poderíamos mais uma vez criticar uma filosofia de caráter realista, que procuraria concretizar rapidamente as noções matemáticas da geometria. De fato, a chave do realismo matemático é a álgebra, por causa da sua capacidade de permitir a realização de relações dentro de conceitos oriundos de sistemas diferentes. A álgebra:

acumula todas as relações e nada mais que as relações. É enquanto relações que as diversas geometrias são equivalentes. É enquanto relações que elas têm realidade, e não por referência a um objeto, a uma experiência, a uma imagem da intuição. (BACHELARD, 1978, p. 104).

A realização das relações dos conceitos de geometrias distintas é realizada primeiramente a uma organização de nível racional, somente após a organização das relações através da razão, é que os conceitos podem ser concretizados, para daí serem apreendidos pelos sentidos. Antes de se concretizar os objetos da geometria, primeiramente, deve-se fazer uma organização racional das relações entre os conceitos de diferentes geometrias. Por isso, antes fazer relações entre objetos, a geometria faz relações de noções.

Conforme as relações das geometrias vão adquirindo coerência, a própria completude da geometria vai ganhando forma. As relações realizadas algebricamente pela geometria vão permitindo a completude desta, e vão poder afirmar mais seguramente um realismo de cunho matemático. Porém:

se um acúmulo de relações manifesta uma coerência, esse pensamento de coerência vai pouco a pouco duplicar a necessidade de completude que determinará acréscimos. Há aí um processo sintético que tende a rematar o corpo das relações: é então que o pensamento geométrico dá a impressão duma totalidade e é somente então que a coerência do pensamento parece duplicar-se a partir duma coesão objetiva. Temos aí o ponto em que aparece o real matemático. (BACHELARD, 1978, p. 105).

Se o real matemático é afirmado através da coerência entre a relação das noções de diferentes geometrias, o realismo matemático, portanto, não se refere aos objetos dos sentidos, e sim, aos objetos da razão. Podemos ressaltar que o realismo matemático não é formado por relações entre conceitos tomados um a um, mas somente quando as relações de um conceito forem muito numerosas.

Quando existem muitas relações que permitam correspondências de diversas noções, a própria matemática necessitaria colocar em pratica essas relações conceituais, entretanto, comentaremos no seguinte tópico, a formação das físicas matemáticas sobres a axiomática da geometria não-euclidiana.

Além da síntese das geometrias em torno da ideia de relação e correspondência das noções dentro de distintas geometrias, Bachelard apresentou também outro tipo de síntese, dentro da ideia de grupo das diferentes geometrias.

Cada geometria possui a sua ideia de grupo, e o grupo que representa a geometria euclidiana é o grupo dos deslocamentos. Assim:

Quando se toma o exemplo da geometria euclidiana, está-se diante de um grupo particularmente claro e simples — talvez seja tão claro que não se vê imediatamente a importância teórica e experimental. [...] É pelo grupo dos deslocamentos que se define a igualdade de duas figuras, igualdade que é, com toda evidência, a base da geometria métrica: duas figuras são definidas como iguais quando podem ser exatamente superpostas após o deslocamento de uma delas. Vê-se imediatamente que dois deslocamentos sucessivos podem ser substituídos por um só que é chamado o produto dos dois primeiros. Naturalmente, uma série qualquer de deslocamentos quaisquer pode ser substituída por um só deslocamento. Eis aí a simples razão que faz com que os deslocamentos formem um grupo. (BACHELARD, 1978, p. 107).

Bachelard se interessa em analisar a ideia de grupo da geometria de Euclides, pelo fato dessa ideia possuir em si própria, um caráter tanto racional quanto empírico. Se pensarmos no deslocamento das figuras dentro da ideia de grupo, veremos que ela pode ser facilmente comprovada na prática experimental do cientista. Entretanto, o grupo de deslocamentos da geometria euclidiana é muito pobre se comparado a outros grupos provenientes de geometrias diferentes.

Na ideia dos deslocamentos não se questiona, por exemplo, se o deslocamento dessas figuras causaria uma alteração das mesmas. A experiência realizada não mostra nenhum sinal de alteração das figuras no deslocamento, portanto, conclui-se rapidamente que o deslocamento das figuras é apenas justaposição uma da outra. A ideia de deslocamento das figuras da geometria euclidiana é considerada como uma ideia clara, devido ao fato dela ser logicamente compreendida e ser capaz de ser demonstrada tanto por qualquer forma de empirismo quanto de racionalismo.

A síntese das geometrias pelas ideias de grupo, assim como a ideia de relação entre as noções das geometrias, também se referem a certos tipos de relações entre essas ideias de grupo, pois, se um deslocamento se comporta de maneira diferente em outros tipos de geometrias, procura-se rapidamente fazer relações entre esses deslocamentos, para se achar algo que seja compatível com outros sistemas geométricos.

A ideia de grupo é fundamental para a física matemática, que se apoia nela para realizar a construção dos seus objetos. Assim, uma física que tem como base a ideia de deslocamentos da geometria euclidiana, só seria capaz de representar os objetos através da axiomática inscrita dentro do interior das ideias de grupo. Mas com o surgimento de outras geometrias, a física matemática começa a utilizar como base, outras axiomáticas e desse

modo, consegue construir mais objetos, do que aqueles apresentados, pelas físicas com base na geometria euclidiana.

Segundo Bachelard (1978, p. 107): “A Física matemática, incorporando em sua base a noção de grupo, marca a supremacia racional.” Isso se deve ao fato, da física matemática construir seus objetos através primeiramente das axiomatizações racionais das geometrias. É interessante notarmos que a ciência contemporânea constrói seu objeto tendo como base a axiomatização racional operada pelas geometrias. Assim, parte-se racionalmente da geometria, para só então efetivar na realidade, a prática do cientista guiada pela axiomatização geométrica.

Gostaríamos de encerrar nossas considerações sobre a geometria com os seguintes apontamentos: Primeiramente, as geometrias não-euclidianas surgem de uma crítica a uma ideia considerada simples e absoluta (caso das paralelas); depois, as geometrias não euclidianas procuram se expandir, e através dessa expansão, elas conseguem generalizar a ideia de paralelas, e desse modo, englobam o pensamento geométrico anterior; o pensamento geométrico anterior pode ser encontrado nas geometrias não-euclidianas através da simplificação, e do corte de algumas sutilezas dentro dessas geometrias; a síntese dos pensamentos geométricos é operada através de uma coerência entre as noções e as ideias de grupo dentro de geometrias diferentes.

Comentaremos a seguir, a crítica a ideia de “simultaneidade” pela física não-newtoniana, e tentaremos apontar, o surgimento dessa ciência através da crítica de uma ideia considerada simples e absoluta, da mesma forma que apresentamos sobre as ideias simples e a geometria euclidiana.

### **A física não-newtoniana e o problema da simultaneidade**

De acordo com Bachelard, o surgimento da física não-newtoniana (física relativista) se deve a crítica de Einstein as ideias consideradas simples pela física newtoniana. A relatividade “nasceu duma reflexão sobre os conceitos iniciais, duma contestação das idéias evidentes, dum desdobramento funcional das idéias simples.” (BACHELARD, 1978, p. 112).

Se as geometrias não-euclidianas surgiram da crítica a ideia simples de paralelas, do modo análogo, a física de Einstein surgiu da crítica a ideia simples de “simultaneidade”.

Bachelard afirma que a simultaneidade era uma ideia aparentemente tão clara e distinta para a física newtoniana, que não poderia se colocar em dúvida a natureza dessa ideia. Por exemplo, “[...] o que de mais imediato, o que de mais evidente, o que de mais simples do que a idéia de simultaneidade?” (BACHELARD, 1978, p. 112). A teoria da relatividade modifica profundamente a ideia de “simultaneidade” sustentada pela física newtoniana.

Utilizaremos como forma de exemplo, uma situação imaginada pelo Einstein, com objetivo de explicar o sentido de “simultâneo” entendido pelas reflexões da física relativística.

Imaginemos a seguinte situação: sobre o leito de uma estrada, existe um trilho de trem, e sobre este trilho de trem existem dois pontos A e B que são muito distantes um do outro, e imaginemos também, que um raio cai simultaneamente em cima dos pontos A e B, que se encontram, como afirmamos, muito distantes um do outro. Neste caso, a ideia de simultaneidade parece ser simples e clara, entretanto:

Em si, o significado da afirmação é claro e não necessita de outros esclarecimentos; mas eu teria que refletir um pouco se recebesse a tarefa de determinar, através de observações, se neste caso concreto os dois fenômenos foram simultâneos ou não. (EINSTEIN, 2000, p. 24).

Para um físico, a afirmação da ideia de “simultaneidade” só pode ser considerada verdadeira quando esta ideia for passível de ser verificada por um método científico. Desse modo, não poderíamos afirmar que os raios que caem sobre os pontos A e B são simultâneos, antes de iniciarmos uma verificação.

Se o físico criar uma teoria que vise demonstrar a ideia de “simultaneidade”, “[...] surge a tarefa de verificar se este resultado teórico corresponde ou não à realidade.” (EINSTEIN, 2000, p. 25). Assim, só poderíamos afirmar a ideia de simultaneidade, após realizarmos uma experiência que prove que essa ideia é verdadeira. Em relação a verificação da ideia de “simultâneo”, Einstein ainda afirma que:

A situação é análoga em todas as proposições físicas nas quais o conceito de “simultâneo” desempenha algum papel. Para o físico, o conceito só passa a existir quando há a possibilidade de verificar, no caso concreto, se o conceito se aplica ou não. Existe, pois a necessidade de uma definição de simultaneidade tal que ela nos forneça o método por meio do qual, no caso com que nos ocupamos, se possa verificar por meio de experimentos se os dois raios caíram simultaneamente ou não. Enquanto esta exigência não for cumprida, como físico (aliás, como não-físico também!) estou sendo vítima de uma ilusão se acredito poder ligar um sentido à afirmação da simultaneidade. (EINSTEIN, 2000, p. 25)

Se Einstein estabelece que apenas podemos afirmar a simultaneidade de um acontecimento dentro de certo evento através de experimentos que comprovem essa simultaneidade, então, precisa-se descobrir qual tipo de experiência poderia confirmar a simultaneidade do

caso dos raios que utilizamos no exemplo acima. Einstein supõe que para constatar a simultaneidade dos raios, poderíamos:

medir a reta AB ao longo da via férrea e colocar um observador no centro M dessa distância, provido de um dispositivo (por exemplo, dois espelhos com inclinação de 90° um em relação ao outro) que lhe permita uma visão óptica simultânea dos dois lugares. (EINSTEIN, 2000, p. 25).

Um observador posto ao centro M das distâncias A e B, onde os raios caem simultaneamente, poderia afirmar a veracidade da simultaneidade da queda dos raios, se ele pudesse ver pelo espelho os dois raios caírem nos pontos A e B ao mesmo tempo.

Mesmo utilizando este método de verificação, ainda assim não poderíamos comprovar a simultaneidade da queda dos raios nos pontos A e B. Teríamos que levar em conta também o tempo que levaria para captarmos sensivelmente a queda dos raios nos determinados pontos. Assim, o experimento que coloca o observador no centro M dos trilhos só responderia perfeitamente o problema da simultaneidade se “[...] eu já soubesse que a luz (que transmite ao observador em M a percepção dos raios) se move sobre a reta  $A \rightarrow M$  com a mesma velocidade que sobre a reta  $B \rightarrow M$ .” (EINSTEIN, 2000, p. 25). Nesse caso, só poderíamos afirmar se um evento é simultâneo ou não, se levássemos em consideração o tempo que o sinal luminoso emitido pela queda dos raios atingisse a nossa percepção.

Einstein afirma que poderíamos também considerar a ideia de “simultâneo” no evento que utilizamos como exemplo se colocássemos nos pontos A e B “[...] relógios de igual construção e de tal modo acertados que as posições de seus ponteiros sejam simultaneamente [...] as mesmas.” (EINSTEIN, 2000, p. 26). O “tempo” de um evento pode ser considerado então como “[...] a indicação (posição dos ponteiros) daqueles relógios que estão na vizinhança (espacial) imediata do evento. (EINSTEIN, 2000, p. 26).

Se a queda dos raios atingir os pontos A e B no mesmo momento em que os ponteiros dos relógios colocados junto a esses pontos estiverem sincronizadamente apontando o mesmo tempo, então, poder-se-ia considerar simultânea a queda dos raios no ponto A e B.

No experimento proposto, pensava-se em colocar um observador no centro M dos pontos A e B, assim, nós tínhamos como ponto de referência o “leito da estrada” em que o observador está parado, apenas esperando para experimentar se os raios caem ao mesmo tempo. Com a experiência do observador e a dos relógios, poderíamos considerar a ideia de “simultaneidade” como explicada, e desse modo, não precisaríamos mais investigar essa ideia.



Bachelard afirma que “por uma súbita exigência, o físico contemporâneo pedir-nos-á para associar à idéia pura de simultaneidade a experiência que deve provar a simultaneidade de dois acontecimentos.” (BACHELARD, 1978, p. 112). Tanto para Bachelard quanto para Einstein, a ideia de simultaneidade só pode ser considerada como tal, se uma experiência provar a realidade da simultaneidade.

Analisamos o exemplo de um evento em que poderíamos considerar a queda de raios em dois pontos distintos como simultâneos em relação a um ponto de referência em repouso, que no caso seria o “leito da estrada”. Einstein se questionava se o evento considerado simultâneo sob um ponto de referência em repouso seria simultâneo em relação a um ponto de referência que estaria em movimento.

Poderíamos imaginar então o mesmo evento que caracterizamos ao tentar demonstrar a ideia de simultaneidade da queda dos raios nos pontos A e B de um trilho de trem, e supor que um trem se encontra em movimento constante sobre os trilhos desta linha férrea, em direção ao ponto B, e que da mesma forma, dois raios caem sobre os pontos A e B da determinada linha férrea, e segundo Einstein:

Para as pessoas que viajam nesse trem há vantagem em tomar o trem como um corpo de referência rígido (sistema de coordenadas); todos os eventos são, por elas, referidos ao trem. Todo o evento que ocorre ao longo dos trilhos ocorre também em um determinado ponto do trem. (EINSTEIN, 2000, p. 27).

Tomando o trem em movimento constante em direção ao ponto B como ponto de referência, só poderíamos afirmar que a ideia de “simultaneidade” faz sentido, após realizarmos a experiência que prova essa simultaneidade, assim como afirmaram Bachelard e Einstein.

Assim, “quando dizemos que os raios que caíram em A e B são simultâneos em relação ao leito da estrada, isto significa que os raios luminosos que partiram de A e B irão encontrar-se no ponto médio M do trajeto A-B do leito da estrada.” (EINSTEIN, 2000, p. 28). O ponto M era o centro do trajeto A e B com referencial ao “leito da estrada”, mas ao usar o trem em movimento como referencial, Einstein altera o ponto M do leito para o ponto M' do trem em movimento, que seria o ponto médio entre os mesmos pontos A e B do referencial anterior.

Einstein então pede para imaginarmos um observador dentro do trem em movimento, exatamente no ponto M' do trem, local que na experiência anterior os pontos luminosos alcançariam a percepção do observador no “leito da estrada”. Se o observador não estivesse dentro do trem em movimento, ele estaria no ponto M, sendo que ele seria atingido pelos pontos luminosos da queda dos raios em A e B simultaneamente, porém, o observador:

se movimenta ao encontro do raio luminoso procedente de B, ao mesmo tempo que se afasta do raio luminoso procedente de A. Portanto, o observador verá o raio luminoso procedente de B antes de ver o raio que procede de A. Os observadores que se utilizam do trem como corpo de referência devem, por conseguinte, chegar à conclusão de que o raio que caiu em B ocorreu antes do raio que caiu em A. (EINSTEIN, 2000, p. 28)

O observador que se encontra no ponto M' do trem, portanto, verá o ponto luminoso emitido pela queda do raio em B antes do ponto luminoso emitido pelo ponto A, assim, podemos concluir que, “[...] eventos que são simultâneos em relação ao leito da estrada não são simultâneos em relação ao trem, e vice-versa (relatividade da simultaneidade).” (EINSTEIN, 2000, p. 28).

Desse modo, uma ideia considerada simples e clara, cede lugar a uma ideia não tão simples e não tão clara de “simultaneidade”, sendo ainda que essa ideia só tem algum sentido, após a realização de um experimento afirmando a realidade da simultaneidade de um caso dentro de um determinado evento.

Segundo Einstein: “Antes da Teoria da Relatividade, a física sempre admitia tacitamente que o significado das indicações de tempo era absoluto, isto é, que elas não dependiam do estado de movimento do corpo de referência.” (EINSTEIN, 2000, p. 28).

Se um conceito é considerado simples e absoluto, a razão não encontra motivos para continuar a estudar esses conceitos, dessa forma, a ideia de “simultaneidade” antes de ser objeto de análise pela física relativista, era considerada como uma noção simples e clara por ela mesma. Mas como vimos, a partir da relatividade, não existe mais sentido ao se afirmar que algo é simultâneo.

Assim, Bachelard afirma que o relativista nos provoca com as seguintes perguntas:

Como vos servis de vossa idéia simples? Como provais a simultaneidade? Como a conheceis? Como vos propodes fazer com que nós a conheçamos, nós que não pertencemos ao vosso sistema de referência? Numa palavra, como fazeis funcionar vosso conceito? Em que juízos experimentais o implicais, pois não é a implicação dos conceitos no juízo o próprio sentido da experiência? (BACHELARD, 1978, 112).

A crítica a ideia simples de “simultaneidade” pela física relativista, realiza uma depuração da ideia de “simultaneidade”, sendo que essa ideia só pode ser afirmada através da realização de uma experiência. A ideia simples

de “simultaneidade” se mostra complexa no quesito de que incorporamos a experiência com a conceitualização. A simultaneidade é considerada simples somente através de um viés em que se considera um tempo absoluto, ou um tempo único para a medição do evento. No caso do tempo apresentado pela física relativista, dois pontos de referência distintos, tem medições distintas de tempo, ou como afirma Einstein, “cada corpo de referência (sistema de coordenadas) possui seu tempo próprio. Uma especificação temporal só tem sentido quando se indica o corpo de referência ao qual esta indicação se refere.” (EINSTEIN, 2000, p. 28).

Após a física relativística demonstrar que a ideia de “simultaneidade” não seria tão simples quanto seu fenômeno aparentava, a ideia de “simultâneo” não poderá jamais ser considerada uma ideia simples e absoluta, do mesmo modo que, após a geometria não-euclidiana, nunca mais poderá se considerar a noção de paralela como uma noção simples.

A ideia de simultaneidade não foi a única ideia considerada simples que a física relativista desdobrou, a noção de massa, também foi “desdobrada” (ou “deformada”) pela física relativista. A noção de massa era considerada uma noção simples e absoluta para a física de Newton, entretanto, a física de Einstein revelou a complexidade dessa noção, em suas relações espaciais e temporais.

Bachelard denomina a física de Einstein de “racionalismo completo”, pelo fato dela abarcar o racionalismo newtoniano e completar o seu pensamento. Se observarmos, a ideia de “simultaneidade” e de “massa” apresentados pela física relativista é complexa se comparada as mesmas ideias apresentadas como simples pela física newtoniana. E acreditamos que cabe mais uma vez a analogia entre a física não-newtoniana e a geometria não-euclidiana: a ideia de paralelas considerada simples pela geometria de Euclides é na verdade uma ideia simplificada pela redução de algumas sutilezas encontradas na ideia das linhas geodésicas. A ideia de “simultaneidade” e de massa” da física newtoniana, podem ser encontradas, se reduzirmos algumas equações e sutilezas no interior das mesmas ideias apresentadas pela física relativista. Assim, segundo Bachelard (1978, p. 111) “[...] pode-se por redução, obter a ciência newtoniana.” Com a crítica as ideias simples da física newtoniana, a física relativista se estendeu e abarcou a física de Newton. “O pensamento newtoniano era à primeira vista um tipo maravilhosamente límpido do pensamento fechado; dele não se podia sair a não ser por arrombamento.” (BACHELARD, 1978, p. 111).

Bachelard afirma ainda que não se chega a física de Einstein acumulando conhecimentos, a física de Einstein só é possível, quando começa a se colocar em dúvida os conceitos absolutos estabelecidos pela física newtoniana, assim:

se se lançar uma vista geral sobre as relações epistemológicas da ciência física contemporânea e da ciência newtoniana, vê-se

que não há desenvolvimento das antigas doutrinas para as novas mas muito antes envolvimento dos antigos pensamentos pelos novos. [...] Do pensamento não-newtoniano ao pensamento newtoniano, também não há contradição, há somente contração. (BACHELARD, 1978, p. 119).

Não existe contradição entre a física de Newton e a física de Einstein, assim como não há contradição entre a geometria euclidiana e a não-euclidiana. Como afirmamos, o pensamento científico se anima com a função (desdobramento) e a extensão de seus conceitos.

### **Considerações finais**

Bachelard, afirma que a ciência contemporânea está sempre disposta a reformular as suas noções de base e a sua metodologia, nem que para isso, precise destruir conceitos que ficaram enraizados por séculos no pensamento científico.

Houve desconforto quando a geometria não-euclidiana criticou o pensamento euclidiano, que vigorava por mais de dois mil anos, entretanto, a procura de uma nova resposta em relação ao problema das paralelas, permitiu a geometria a se estender em um nível jamais imaginado. A física de Einstein, também gerou um desconforto, ao criticar o pensamento newtoniano, que era considerado absoluto e exemplo para a grande maioria dos cientistas, mas ao enfrentar o pensamento antigo, a física newtoniana inovou todos os setores da física.

Só há inovação científica, quando os conceitos de base e a metodologia são alterados. Se o cientista não coloca em jogo sua teoria, ele dificilmente irá descobrir alguma novidade, ele jamais inovará sua pesquisa. O pensamento filosófico deveria seguir o exemplo do cientista que corre o risco de sacrificar a sua teoria, mas faz isso a favor da descoberta que complete as lacunas deixadas pela teoria anterior.

Bachelard defende que não existe nenhum tipo de pensamento filosófico, nem de teoria científica, que sejam absolutos e que consigam resolver todos os tipos de problemas. O filósofo deve desconfiar da teoria que almeje responder a todos os problemas. O papel da filosofia para Bachelard, deve ser o de seguir o ideal científico, e manter-se sempre dinâmico, sempre arriscando mudar toda a estrutura do seu pensamento.

O pensamento deve estar sempre em mudança, e jamais deve se acomodar em princípios que tentem abarcar toda a realidade possível. Deve-se desconfiar de tudo aquilo que é postulado como simples. A simplicidade não passa de uma ilusão apresentada pelos nossos sentidos, e o trabalho do cientista, tanto quanto do filósofo, é sempre se afastar das ilusões para que consiga apreender a realidade daquilo que ele procura responder.

## Referências

- BACHELARD, Gaston. *A filosofia do não; O novo espírito científico; A poética do espaço*. São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Os pensadores)
- \_\_\_\_\_. *Epistemologia*. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.
- \_\_\_\_\_. *O materialismo racional*. Lisboa: Edições 70, 1990.
- \_\_\_\_\_. *O novo espírito científico; A filosofia do não; A poética do espaço*. São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Os pensadores)
- BIEZUNSKI, Michel. *História da física moderna*. Lisboa: Instituto Piaget, 1998.
- BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. 2. ed., [rev.] São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996.
- BULCÃO, Marly. *O racionalismo da ciência contemporânea: uma análise da epistemologia de Gaston Bachelard*. Rio de Janeiro: Antares, 1981.
- EINSTEIN, Albert. *A teoria da relatividade especial e geral*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.