

A GEOMETRIA AXIOMÁTICO-DEDUTIVA EM HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

Elias Santiago de Assis⁵⁵

Resumo

A presente pesquisa, de natureza qualitativa, tem como objetivo identificar a forma como os conteúdos de geometria plana devem ser expostos em histórias em quadrinhos (HQs) de modo a assegurar o interesse dos estudantes e favorecer o processo de aprendizagem de geometria em uma perspectiva axiomático-dedutiva. Para isso foram aplicadas quatro HQs em uma turma de estudantes de um curso de licenciatura em matemática. Além das HQs, que expunham conteúdos de geometria de forma lógico-dedutiva, foram utilizados questionários, entrevistas e o diário de bordo do investigador como instrumentos de coleta de dados. Os resultados revelam que o sucesso da utilização de HQs no processo de ensino e aprendizagem de geometria está vinculado ao nível de complexidade dos assuntos, à forma de apresentação dos conteúdos, ao emprego adequado das linguagens verbal e icônica e à conciliação entre as abordagens indutiva e dedutiva.

Palavras-chave: Deductive geometry; Comics; Verbal and iconic languages.

Abstract

The present research, of qualitative nature, has as objective to identify how the contents of flat geometry should be exposed in comics (HQs) in order to assure the interest of the students and to favor the learning process of geometry in an axiomatic-deductive perspective. In this sense, for this we applied four comics in a group of the students in mathematics undergraduate course. In addition to the comics, which presented some geometric contents in a logical-deductive way, questionnaires, interviews and the investigator's logbook were used as instruments of data collection. The results show that the success of the use of HQs in the teaching and learning process of geometry is linked to the level of complexity of the contents, to the way the presentation of contents, to the

⁵⁵ Doutor em Ciências da Educação (Universidade do Minho); Professor da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB); e-mail: elyassantiago@gmail.com

appropriate use of verbal and iconic languages and the conciliation between inductive and deductive reasoning.

Keywords: Hyperbolic Geometry; Curriculum; Teachers training.

Introdução

A partir da segunda metade do século passado iniciou-se no Brasil um processo de desvalorização do ensino de geometria na educação básica. Os seus conteúdos passaram a ser apresentados no final dos livros didáticos (COLLARES, 2012) e houve um abandono da abordagem dedutiva em sala de aula (LORENZATO, 1995). Tais mudanças, assinala o geômetra brasileiro Manfredo Perdigão do Carmo, têm como gênese o Movimento da Matemática Moderna (MMM) e as próprias dificuldades inerentes a apresentação dos conteúdos numa perspectiva axiomática (BARBOSA, 2006).

O MMM foi responsável por uma reformulação no currículo da matemática escolar que passou a sobrevalorizar a teoria dos conjuntos e a álgebra em detrimento da geometria (JONES, 2002). Este movimento iniciou-se nos Estados Unidos e espalhou-se por outros países, incluindo o Brasil. A partir daí, pontua Crescenti (2005, p. 37), “o rigor das demonstrações matemáticas praticamente foi abolido, mas a preocupação excessiva com a teoria dos conjuntos acabou por comprometer ainda mais o ensino desta área, acarretando sua suspensão ou o empobrecimento do conteúdo”. A partir dos anos do século passado iniciou-se uma tentativa de resgate do ensino de geometria perceptível na distribuição dos seus conteúdos ao longo dos livros didáticos e não apenas ao final (COLLARES, 2012). O aumento do debate em torno do ensino de geometria nos encontros de educadores matemáticos também sinaliza uma tentativa de modificar esse panorama (ANDRADE e NACARATO, 2005). Apesar dessas mudanças, as pesquisas desenvolvidas por Fernandes e Fonseca (2003), Gravina (2001) e Dias (2009) mostram que a abordagem dedutiva continua ausente nas escolas.

A universidade tem sido o palco privilegiado para a apresentação da geometria euclidiana numa perspectiva axiomática (BARBOSA, 2006). A falta de contato prévio de alguns estudantes com abordagens dessa natureza aliada a visão computacional desses sujeitos acerca da Geometria (JONES, 2002) têm representado obstáculos à aprendizagem do método dedutivo. Não obstante o valor dos softwares educacionais e

dos materiais manipuláveis (BATTISTA, 2009; CLEMENTS, 2003), os livros didáticos continuam sendo a principal fonte de acesso dos professores e estudantes aos postulados, teoremas e demonstrações da geometria euclidiana plana.

Em alguns casos, os próprios autores dos livros acreditam que os estudantes memorizam em vez de compreender os conteúdos presentes nos livros. Ao retirar a abordagem dedutiva de sua obra, Osvaldo Sangiorgi, referindo aos estudantes, assinalou: “não será mais necessário que você decore enfadonhos teoremas e mais teoremas” (SILVA, 2008, p. 6). É preciso romper com a aprendizagem pautada na memorização e aliar o livro didático tradicional a outras literaturas que contemplam os mesmos conteúdos. Neto e Silva (2011) propõem a introdução da literatura quadrinística no processo educativo a partir de narrativas “que considerem nossa complexidade, nossa subjetividade, nossas capacidades imaginativa e intuitiva, e nossa necessidade de sentido. Que história estamos construindo? Qual queremos construir? Que novas narrativas nos ajudarão a construí-las” (p. 15). Não se pretender fazer aqui uma crítica aos livros didáticos. Antes, lança-se o olhar sobre novas fontes de leitura capazes oferecer contributos a aprendizagem de geometria numa perspectiva dedutiva.

Imenes, Jakubo e Lelis (2004) utilizam a linguagem quadrinística como uma forma de apresentação de conteúdos de geometria. Através de diálogos com o leitor, como em algumas literaturas em quadrinhos, esses autores descrevem o método adotado pelo matemático grego Erastóstenes para obter um valor aproximado para o diâmetro da Terra. Petit (1982) também recorreu à literatura em quadrinhos para apresentar algumas diferenças entre a geometria euclidiana e as geometrias hiperbólica e esférica. Apesar do potencial educativo dos trabalhos destes autores, não há neles uma preocupação em expor os conceitos de geometria em uma perspectiva axiomática. A ênfase gira em torno da aplicação desses conceitos e não em sua construção. O tratamento dedutivo não é contemplado.

Este trabalho tem como objetivo identificar a forma como os conteúdos de geometria plana devem ser expostos em histórias em quadrinhos de modo a assegurar o interesse dos estudantes e favorecer o processo de aprendizagem de geometria em uma perspectiva axiomático-dedutiva. O desaparecimento da abordagem dedutiva na educação básica fez com que esta investigação fosse realizada em uma turma do ensino superior. Constitui-se enquanto sujeitos de investigação um grupo de estudantes de um curso de licenciatura em matemática de uma universidade pública do estado da Bahia. Estes estudantes tiveram acesso a um conjunto de histórias em quadrinhos (elaboradas

pelo autor desta pesquisa) voltadas para a apresentação dos axiomas, definições e o teoremas da geometria euclidiana plana. Além das HQs, questionários e entrevistas foram adotados como instrumentos de coleta de dados em um sentido melhor exposta na próxima seção.

Materiais e métodos

A presente pesquisa foi realizada em uma turma de trinta e dois estudantes do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) na cidade de Amargosa no ano de 2014. A estes estudantes, alunos do primeiro ano do curso à época, foram aplicadas quatro histórias em quadrinhos (HQs) durante oito encontros realizados na própria universidade. As HQs, denotadas neste texto por HQ₁, HQ₂, HQ₃ e HQ₄, versam sobre os seguintes assuntos: Os Elementos de Euclides (HQ₁); axiomas de incidência, axiomas de ordem, segmento de reta, semirreta, semi-plano (HQ₂); axiomas de medição de segmentos, ponto médio de um segmento (HQ₃); axiomas de medição de ângulos; retas perpendiculares; bissetriz de um ângulo (HQ₄). A exposição teórica das HQs foi inspirada no livro *Geometria Euclidiana Plana* de Barbosa (2006).

O investigador e também professor da turma à época foi o autor das HQs. Este fato só foi revelado aos estudantes no final da investigação para que estes sujeitos pudessem apresentar livremente as suas críticas acerca da literatura em quadrinhos utilizada. Durante os encontros, o professor e pesquisador observou, acompanhou e escutou os participantes na medida em aplicava as HQs em sala de aula. As histórias em quadrinhos foram lidas em duplas formadas livremente pelos estudantes. Foi o primeiro contato destes atores com a apresentação de assuntos de geometria de forma axiomática. Ao longo das leituras o pesquisador foi ser consultado para esclarecer-lhes as dúvidas. Ao final de cada encontro, houve uma discussão coletiva entre o pesquisador e os participantes com o objetivo de dirimir todas as dúvidas que ainda persistiram.

A proximidade entre o pesquisador e os participantes foi priorizada na pesquisa a qual foi desenvolvida à luz do paradigma qualitativo de investigação. De acordo com Chizzoti (2003, p. 221), “o termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível”. Com relação às pesquisas de natureza quantitativa, Ponte (1994, p. 11) assinala que “a

complexidade das situações educativas e o fato delas serem vividas por atores humanos com uma multiplicidade de intenções e significados tem-se mostrado um terreno pouco propício a essa abordagem”.

O modelo metodológico empregado foi o estudo de caso. De acordo com Ponte (1994), o estudo de caso é utilizado quando se pretende compreender, da forma mais aprofundada possível, as ações, razões e motivações que orientam a conduta de um determinado objeto de investigação com relação ao fenômeno de interesse do investigador. Um caso pode ser uma pessoa, um grupo, uma instituição ou até mesmo acontecimentos, atitudes ou incidentes (COUTINHO, 2013). Nesta investigação, o caso estudado consistiu na turma de estudantes da UFRB mencionada no início desta seção. A opção por estes sujeitos deveu-se ao interesse do pesquisador em realizar pesquisas que dialogam com os espaços acadêmicos em que convive. A anuência da direção do campus da UFRB onde a pesquisa foi desenvolvida também se constituiu enquanto outro elemento motivador. Estes critérios de seleção estão em congruência com as ideias de Mazzotti e Gewandszajder (1999), segundo os quais:

Ao contrário do que ocorre com as pesquisas tradicionais, a escolha do campo onde serão colhidos os dados, bem como dos participantes é proposital, isto é, o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos. (p. 162).

Como instrumentos de recolha de dados foram utilizados o diário de bordo do investigador, dois questionários, uma entrevista e algumas atividades acerca do conteúdo das HQs. O quadro 1 apresenta de forma sumarizada a distribuição destes instrumentos ao longo dos oito encontros. A entrevista foi realizada em um momento à parte, fora dos encontros habituais.

Quadro 1 - Descrição sumarizada dos encontros

Encontro	Atividades desenvolvidas
01	Apresentação da pesquisa/ Introdução à geometria axiomática.
02	Aplicação da HQ ₁ / Discussões/ Resolução das atividades propostas.
03	Aplicação da HQ ₂ / Discussões.
04	Retomada das discussões sobre HQ ₂ / Aplicação do primeiro questionário/ Atividades propostas em HQ ₂ / Discussões com o

	pesquisador sobre as atividades.
05	Exposição dos pré-requisitos à leitura da HQ ₃ / Aplicação da HQ ₃ / Discussões.
06	Continuação da leitura de HQ ₃ / Discussões/ Resolução das atividades propostas em HQ ₃ .
07	Aplicação da HQ ₄ / Discussões.
08	Resolução das atividades propostas em HQ ₄ / Aplicação do segundo questionário.

O *diário de bordo* (ou diário de campo) “tem como objetivo ser o instrumento onde o investigador vai registrando as notas retiradas das suas observações no campo” (COUTINHO, 2013, p. 340). Nele, destacam Gall et al. (1996), devem ser registrados, o mais rápido possível, os fatos ocorridos durante a atuação do investigador em campo para se evitar que informações importantes se percam por terem sido esquecidas.

Dentre as vantagens da utilização de *questionários* em pesquisas qualitativas, Goldenberg (2004, p. 87) pontua a inexistência de habilidades específicas no que tange a sua aplicação. Esta autora ainda destaca a facilidade na mensuração das informações quando as questões fornecem respostas padronizadas e até mesmo a liberdade consentida aos pesquisados que podem expressar as suas opiniões no papel sem precisar encarar diretamente o pesquisador. No primeiro questionário aplicado (Q₁) os estudantes foram convidados a avaliar a HQ₂, mencionado os assuntos que conseguiram compreender e aqueles que não ficaram inteligíveis. O segundo questionário (Q₂) teve como objetivo identificar o que os alunos compreenderam acerca dos assuntos presentes na HQ₄.

De acordo com Mazzotti e Gewandsznajder (1999), as *entrevistas* possibilitam a obtenção dos dados com maior profundidade. Neste trabalho foi realizada uma entrevista semiestruturada que será denotada por *E*. De acordo com Gall et al. (1996), este tipo de entrevista constitui um conjunto de questões pré-estabelecidas pelo entrevistador e que podem ser complementadas por ele a partir das respostas apresentadas pelos participantes. Em *E* foi solicitado aos entrevistados que indicassem os assuntos mais inteligíveis na leitura da HQ₃ justificando as respostas.

Algumas atividades propostas durante as leituras constituem, junto com as

próprias HQs, outros instrumentos de coleta de dados. Estas últimas, isto é, as HQs, foram confeccionadas em um site gratuito destinado a este fim, www.toondoo.com. A escolha por essa plataforma de criação em detrimento de outras gratuitas existentes (FRANCO, 2011), deve-se a familiaridade do pesquisador com os recursos ali disponíveis.

Na HQ₁, intitulada *Dona Geometria em: Euclides e Os seus Elementos*, buscou-se apresentar o contexto histórico e as motivações que levaram o matemático Euclides a escrever a obra *Os Elementos*. A figura 1 apresenta um recorte da história.

Figura 1 - Dona Geometria se apresentando ao leitor



Na HQ₂, intitulada *Dona Geometria em: os esportistas matemáticos*, tenta-se estabelecer relações entre algumas práticas esportivas (futebol, vôlei, basquete) e os conteúdos geométricos. Na história, os “esportistas matemáticos” são três irmãos apaixonados por esportes e pela Matemática. Eles são nomeados pela protagonista, Dona Geometria, como o *Ponto*, a *Reta* e o *Plano*, conforme mostra a figura 2.

Figura 2 - Tirinha da HQ Dona Geometria em: os esportistas matemáticos



A HQ₃, intitulada *Dona Geometria em: a corrida pelo saber*, apresenta o

conceito de distância entre dois pontos por meio dos axiomas de medição de segmentos. Em companhia de seus dois sobrinhos, Antônio e Bianca (que representam na narrativa dois pontos quaisquer A e B), Dona Geometria faz uma viagem da cidade de Salvador até o município de Amargosa, ambos na Bahia. A figura 3 expõe a forma como a HQ apresenta a noção de ponto médio de um segmento de reta.

Figura 3 - Apresentação do ponto médio de um segmento



Na HQ₄, intitulada *Dona Geometria em: subindo mais um degrau*, ocorre o estudo dos axiomas de medição de ângulos e das suas consequências. Na história, Dona Geometria tem a companhia de dois amigos, Ana Bissetriz (uma executiva que sonhava em ser bailarina) e Ângelo Agudo (um arquiteto que gostaria de dar aulas de Desenho Geométrico). Nas últimas tirinhas da HQ apresentam-se os conceitos de bissetriz, diagonal e perímetro de um polígono e a classificação dos polígonos quanto ao número de lados. A figura 4 apresenta uma tirinha da HQ.

Figura 4 - Cálculo do perímetro de um quadrilátero



Na tirinha retratada na figura 4, o conceito de perímetro de um polígono é apresentado. Para tal, são utilizadas as medidas do bordo de um piscina localizada na casa de um dos personagens. As histórias completas não apresentadas neste texto por

limitações de espaço.

As histórias em quadrinhos e a aprendizagem de geometria

O ensino de geometria se justifica por diversos fatores. Hansen (1998) aponta o desenvolvimento da abstração, da generalização e a elaboração de provas matemáticas. Kaleff (1994) assinala o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática e a criação de conexões com outras áreas do conhecimento. Além disso, pontua Bankov (2013), o ensino e a aprendizagem de geometria possibilita ao estudante resolver problemas do seu dia a dia.

A criação de “pontes” entre a matemática e o dia a dia do estudante, muitas vezes oportunizado pelo ensino de geometria, é defendido por Giardinetto (2002) e Hull (1999). Segundo o último autor, “a maioria dos estudantes em nossas escolas é incapaz de fazer conexões entre os conteúdos que estão aprendendo e a forma como esse conhecimento deverá ser utilizado” (p. vii). Cabe, ao professor, viabilizar tais articulações.

De acordo com Cruz (2006), a maior parte dos estudantes concebe a matemática como uma ciência afastada da realidade em que vivem. É preciso lhes mostrar a presença dos conteúdos escolares no dia a dia: no local de trabalho, na comunidade, nos momentos de lazer, ou seja, em ambientes extraescolares (Siyepu & Mtonjeni, 2014).

Segundo Morrison, Bryan e Chilcoat (2002), as HQs favorecem a inserção de elementos da cultura popular na formação escolar dos estudantes. Estes autores assinalam que a literatura em quadrinhos ajuda a fomentar a criticidade de seus leitores, além de propiciar a articulação entre os conteúdos escolares e as experiências socioculturais desses sujeitos.

O diálogo entre as HQs destinadas à aprendizagem de matemática e o cotidiano dos discentes aparece nos estudos desenvolvidos por Balladares (2014). Em sua pesquisa de mestrado, a autora analisou as HQs produzidas por um grupo de estudantes do nono ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Pelotas inspiradas no livro *O homem que calculava*, de Malba Tahan. As histórias desenvolvidas pelos discentes relacionavam a matemática com a pescaria e a venda de peixes, camarões e outros frutos do mar. Os estudantes que participaram da pesquisa residiam, à época, em uma colônia de pescadores.

Além de poder tratar de assuntos que são familiares aos estudantes, as HQs

apresentam um outro elemento atrativo: as imagens. Segundo Vergueiro (2006, p. 22), a articulação entre texto e imagem, presente nas HQs, “amplia a compreensão de conceitos de uma forma que qualquer um dos códigos, isoladamente, teria dificuldades para atingir”. Com efeito, pontua Smith (2006), as ilustrações ajudam a elucidar o texto e vice-versa. Tais assertivas também são defendidas por Luyten (2011a, p. 4) ao relatar que, nos quadrinhos, “as imagens apoiam o texto e dão aos alunos pistas contextuais para o significado da palavra”. Há ainda o fator motivacional da aprendizagem tendo em vista que a interação entre os dois códigos de linguagem – textual e icônico – tornam a leitura mais prazerosa (REZENDE, 2009).

De acordo com Toh (2009, p. 231), “como muitos estudantes costumam se divertir com a leitura de histórias em quadrinhos, por que não utilizá-las no ensino de Matemática?”. Para este autor, a literatura em quadrinhos (por meio de suas histórias e imagens) podem tornar o ensino de álgebra mais interessante em detrimento da abordagem restrita aos textos e livros clássicos. No que diz respeito à geometria, Smith (2000, p. 25) defende a utilização de desenhos e imagens na resolução de problemas para “orientar o raciocínio geométrico” do estudante. Por outro lado, Duval (1998) adverte para os perigos da utilização de determinadas representações icônicas. Segundo este autor, “em alguns casos a visualização pode ser enganadora ou impossível” (p. 38). Battista (2009, p. 94) acrescenta que “se um teorema é originalmente ilustrado por uma figura de um triângulo acutângulo, os estudantes podem acreditar que ele não se aplica, ou podem não pensar em aplicá-lo, em triângulos obtusângulos”. Deve-se evitar a utilização de imagens que tornem limitada e enviesada a aprendizagem dos estudantes, destaca o último autor.

De acordo com Vergueiro (2006), além da conexão entre texto e imagem, a linguagem empregada nas HQs favorece o entendimento dos conteúdos escolares. Segundo este autor, através das HQs, as “informações são absorvidas na própria linguagem dos estudantes, muitas vezes dispensando demoradas e tediosas explicações por parte dos professores” (p. 22). Luyten (2011a) reforça tais assertivas ao dizer que “as HQs ‘falam’ com eles [os estudantes] de uma forma que entendem e, melhor que isto, se identificam” (p. 6).

Se, por um lado, a linguagem das HQs se aproxima do dia a dia dos seus leitores, por outro, a linguagem empregada nos textos matemáticos costuma ser mais formal. Segundo Florenço (2014), a linguagem matemática é dotada de formalismo e rigor alheios às experiências diárias dos estudantes. Não se trata de “uma língua comum, se

comparada à que os alunos utilizam fora do contexto escolar", acrescenta Florenço (2014, p. 30). Além disso, diferente da língua corrente, a linguagem matemática não tem oralidade própria. Destina-se prioritariamente à escrita (CONSTANTINO, 2000).

O formalismo na linguagem encontra-se inevitavelmente presente nas provas matemáticas. Estas últimas são construídas à luz de um sistema axiomático formado por um conjunto de axiomas, definições, proposições e teoremas. Nesses casos é adotado o raciocínio dedutivo. Os estudantes, porém, costumam priorizar o raciocínio indutivo (Weber, 2001) e, algumas vezes, estabelecem conclusões equivocadas. Muitas vezes, querem demonstrar uma proposição através de exemplos (Bieda, 2010) ou à luz de evidências experimentais.

Resultados e discussão

Os dados que serão apresentados a partir de agora foram obtidos por meio do diário de bordo do investigador (DB), dos questionários utilizados (Q₁ e Q₂) e das entrevistas realizadas (E). Eles correspondem às opiniões da maior parte dos participantes. Os termos participantes, alunos e estudantes serão usados como sinônimos. Estes sujeitos serão denotados no texto por A₁, A₂, ..., A₃₂. Da mesma forma, os termos professor, pesquisador e investigador serão empregados para designar a mesma pessoa. Aqui a ordem cronológica dos fatos se encontrará submissa à proximidade entre os relatos dos estudantes.

Contributos para a aprendizagem

A forma de exposição dos assuntos em algumas HQs foi elogiada pelos participantes. Com relação à apresentação dos conceitos primitivos na HQ₁, o aluno A₂₄ declarou que “a HQ apresenta este conteúdo de forma clara o bastante para entendermos que ponto, reta e plano são conceitos e não passíveis de serem definidos” [Q₁]. De forma semelhante se pronunciou o aluno A₁₁ ao se referir à exposição dos assuntos da HQ₄. De acordo com este discente, a “história em quadrinhos explicou o assunto ângulos bem plausível, não restou dúvida alguma” [Q₂]; Considerações análogas foram sinalizadas por A₃₀, segundo o qual “o conteúdo já está bem explicado” [Q₂].

De acordo com os participantes, cinco elementos facilitaram a compreensão dos conteúdos de geometria presentes nas HQs: o baixo nível de complexidade de alguns

assuntos; a utilização de contextos que lhe são familiares; a articulação entre a geometria e temas de interesse dos estudantes; a utilização de imagens na apresentação dos conceitos; o uso de uma linguagem simples. Estes elementos serão detalhados a seguir.

Baixa complexidade do conteúdo. Os conceitos primitivos da geometria (ponto, reta e plano) aparecem na HQ₁. Trata-se de conceitos basilares e não passíveis de definição. Após a leitura da HQ₁, um dos estudantes declarou que “o assunto é fácil e a revista ajuda bastante” [A₁₈, Q₂]. Outro estudante, referindo-se à mesma HQ, afirmou não ter sentido dificuldades “pelo fato do assunto ser fácil e a revista ter abordado o necessário [e] suficiente para aprender” [A₁₀, Q₂].

Considerações análogas às apontadas acima por A₁₀ e A₁₈ foram apresentadas por outros participantes durante e após a leitura da HQ₄. O baixo grau de complexidade do assunto ângulos, presente na HQ, fez com que muitos alunos considerassem a leitura fluída e o conteúdo inteligível.

Contextualização. Com relação à HQ₃, os estudantes elogiaram a contextualização utilizada na apresentação do conteúdo. A HQ apresentou os axiomas de medição de segmentos e os seus desdobramentos recorrendo a uma história que envolve uma corrida entre dois carros que partem da cidade de Salvador até a cidade de Amargosa. A figura 5 apresenta um excerto da história.

Figura 5 - Introdução aos axiomas de medição de segmentos na HQ₁



De acordo com um dos alunos, a história a que se refere a figura 5 “ficou boa, porque ela já vem diretamente de Salvador para cá [a cidade de Amargosa], a gente já vai entender o trajeto, explicando em parte sim, essa revista tá boa” [A₉, E]. Outro estudante reforça o interesse por narrativas que fazem conexões entre a geometria e o seu dia a dia ao assinalar que “a HQ explica o assunto através de coisas do nosso cotidiano e essa relação fica mais fácil de entender” [A₂₅, Q₂].

De acordo com Giardinetto (2002) e Hull (1999), a articulação entre os conteúdos matemáticos e o cotidiano dos discentes faz com que estes últimos se apropriem dos assuntos com mais facilidade. Esta conexão entre os conteúdos escolares e o ambiente no qual os discentes estão inseridos é viabilizada pela utilização de HQs, assinalam Morrison, Bryan e Chilcoat (2002).

A pesquisa desenvolvida por Balladares (2014) mostrou que os discentes, quando impelidos a criar histórias para abordar conteúdos matemáticos, o fazem a partir de narrativas ligadas ao seu cotidiano. Os participantes aqui investigados parecem assemelhar-se àqueles investigados por Balladares (2014) visto que em ambos os casos ocorre uma apreciação pela contextualização dos conteúdos.

Temas de interesse do estudante. O enredo das histórias precisa envolver temas de interesse dos leitores. Neste sentido, os participantes apresentaram algumas sugestões. Com efeito, no que concerne à HQ₃, eles disseram:

“Se você tá trabalhando com uma turma só de homens, uma turma masculina, você vai... você pode trabalhar [o conceito de] distância como [no] futebol. Pode estabelecer a meta do pênalti para dentro do gol (...) a introdução é isso: a pessoa conquista também o público” [A₉, E].

“Não sei se eu conseguiria, mas o meu ponto de vista, o meu ponto de partida para ver as coisas sempre envolve música. Sempre. Eu gosto muito” [A₁, E].

Em seu relato, o aluno A₉ sugere a apresentação dos conceitos geométricos recorrendo-se a assuntos de interesse dos aprendizes (por exemplo, o jogo de futebol no caso da maioria dos homens). Já o aluno A₁ pensa na construção de uma HQ a partir de um tema de seu próprio interesse: a música.

Imagens. A apresentação de assuntos de geometria visando a promoção da aprendizagem perpassa pela utilização de representações icônicas. Com efeito, as imagens ajudam a tornar o texto mais inteligível como se pode perceber nos relatos dos alunos ao se referirem à HQ₁:

“Gostei das imagens. Me ajudaram a entender melhor o texto” [A₁₂, DB].

“Eu achei que ficou muito legal a forma como foi exposto o conteúdo na revista e as imagens ajudaram bastante na compreensão” [A₃, Q₁].

“As imagens ajudam a compreender. É claro que eu já tinha uma base do assunto” [A₁₁, Q₁].

Os comentários acima revelam-se congruente com as ideias de Smith (2006) que

assinalam a existência de uma relação dialógica entre texto e imagem nos quadrinhos. De acordo com este autor, as imagens ajudam a elucidar o texto e vice-versa. Luyten (2011a) também aponta as representações icônicas como imprescindíveis para a compreensão dos textos presentes nas HQs. As considerações de Smith (2000) e Luyten (2011a) se inserem em um contexto mais geral, irrestrito à aprendizagem de matemática. Toh (2009), porém, posiciona-se de forma mais específica. Este autor defende a utilização das imagens presentes na literatura em quadrinhos na aprendizagem de álgebra. Os comentários dos participantes constituem considerações análogas às de Toh (2009), porém voltadas para a aprendizagem de geometria.

A despeito das semelhanças entre os relatos de A_{12} , A_3 e A_{11} , um deles vai mais além. De acordo com A_{11} , os seus conhecimentos prévios também contribuíram para a assimilação dos assuntos. Isto aponta para a necessidade de se levar em consideração as noções prévias dos aprendizes acerca dos assuntos durante a construção das narrativas.

Linguagem. De acordo com A_{13} , referindo à HQ₁, a articulação entre imagem e linguagem representa um fator viabilizador da aprendizagem. De acordo com este estudante, “além da linguagem ser simples, as imagens exemplificam de uma maneira que facilita o entendimento” [A_{13} , Q₁]. Da mesma forma, o aluno A_4 ao se referir à HQ₄ relatou que “as explicações foram dadas com linguagem de fácil interpretação, junto com as ilustrações que foram claras e objetivas” [A_4 , Q₂].

Desestímulos para a aprendizagem

O posicionamento dos participantes acerca da linguagem empregada nas HQs dividiu opiniões. De acordo como o aluno A_5 , “a linguagem deveria ser mais informal” [A_5 , DB]. Referindo-se à HQ₁, o mesmo estudante completou: “Achei a leitura um pouco chata. Em alguns momentos tive vontade de parar” [A_5 , DB].

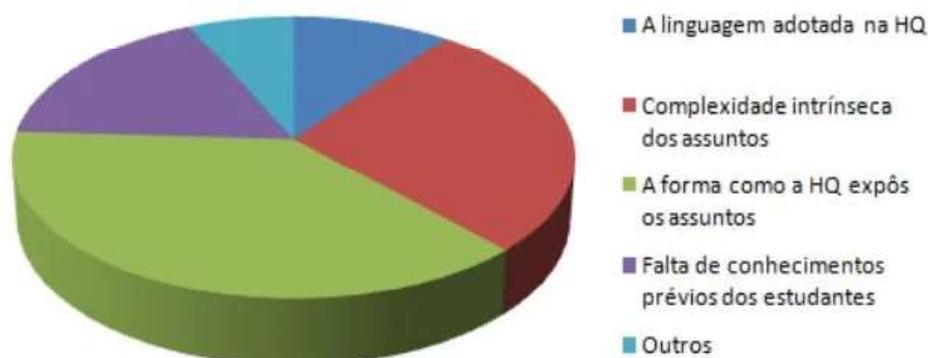
A linguagem das HQs costuma ser acessível aos leitores (Vergueiro, 2006) o que justifica as expectativas dos estudantes. De acordo com Luyten (2011b), os discentes esperam encontrar nas HQs uma linguagem mais simples, típica da oralidade.

O aluno A_{18} também criticou a forma como os assuntos foram apresentados na HQ₁. Ao relatar as suas dificuldades na leitura, este estudante declarou que “não foi o conteúdo e sim a maneira como a HQ trazia porque às vezes não ficava muito claro” [A_{18} , Q₁].

No que diz respeito à H₂, o gráfico 1 apresenta os fatores que agregaram

dificuldades à aprendizagem dos estudantes. Ele foi construído a partir dos dados obtidos em Q₁.

Gráfico 1 - Dificuldades na compreensão da HQ₂



De acordo com o gráfico 1, a forma de exposição dos assuntos na HQ₂ foi o elemento que mais dificultou a aprendizagem dos alunos. Por “forma de exposição”, entende-se aqui o “tratamento formal” e o “enredo” utilizados na HQ. Em seguida, aparecem no gráfico 1, a complexidade intrínseca dos assuntos e a falta de conhecimentos prévios dos participantes.

No item *outros*, presente no gráfico 1, os alunos A₂₅ e A₂₁ destacaram, nessa ordem, o excesso de assuntos na HQ e a insuficiente quantidade de exemplos a eles relacionados. A exposição teórica acompanhada de poucos exemplos tornou a leitura “maçante”, comentou o aluno A₂₁. O aluno A₁₁ destacou, com desaprovação, a imagem empregada na HQ na apresentação do conceito de convexidade. A referida imagem está retratada na figura 6.

Referindo-se à explanação sobre conjuntos convexos presente na HQ₂, brevemente retrata na figura 6, o aluno A₁₁ declarou que “a imagem no momento da explicação ficou um pouco a desejar. Deveria usar outro método de explicação sem ser a quadra de basquete” [A₁₁, Q₁].

Figura 6 - Introdução aos conjuntos convexos na HQ₂

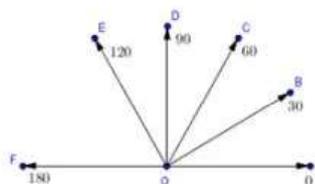


A utilização de um mesmo tipo de representação icônica na apresentação de conceitos geométricos pode prejudicar a aprendizagem dos estudantes. Em uma das atividades propostas na HQ₄, cujo excerto aparece na figura 7, o ângulo reto BÔE tem lados dispostos em posições diferentes da horizontal e vertical. Tal representação gerou insegurança em alguns estudantes na hora de classificar o ângulo quanto à sua medida.

Figura 7 - Atividade proposta na HQ₄

Relacione as colunas, classificando os ângulos quanto às suas medidas.

I. Ângulo obtuso	() BÔE
II. Ângulo raso	() CÔF
III. Ângulo agudo	() EÔF
IV. Ângulo reto	() AÔF



Durante a resolução da atividade retratada na figura 7, o aluno A₁₅ perguntou: “Ângulo reto não é de 90°?”. O investigador lhe respondeu: “Sim. Ângulo reto é um ângulo que mede 90°”. Em seguida, A₁₅ apontou para os ângulos AÔD e DÔF na tentativa de assegurar que se tratava dos únicos ângulos retos presentes na atividade. O investigador disse-lhe que além desses dois ângulos, é possível que existam na questão outros ângulos de medida igual a 90°. O estudante complementou: “Tem que subtrair as coordenadas para ver [a medida]...?”. O investigador respondeu dizendo-lhe que sim [DB].

De acordo com Battista (2009), a utilização de uma única imagem na apresentação de um conceito pode limitar a compreensão dos estudantes. As representações icônicas, quando indevidamente utilizadas, podem conduzir o estudante a conclusões limitadas (Battista, 2009) ou até mesmo equivocadas (Duval, 1998). A dificuldade apresentada por A₁₅ para perceber que o ângulo BÔE presente na figura 7 é

reto revela-se congruente com as considerações desses dois autores.

A falta de determinados conhecimentos prévios e a falta de domínio sobre algumas notações matemáticas também dificultaram a compreensão de alguns assuntos. Os relatos de alguns estudantes acerca da HQ₃ corroboram esta afirmação:

“É um pouco complicada a proposição por ser mais longa e porque a demonstração é terrível, alguns sinais como de módulo” [A₁, E].

“(…) eu pelo menos não venho conseguindo fazer, como eu falei, usar os sinais corretos [refere-se às notações matemáticas]. Agora, que é importante obviamente é né, porque a linguagem matemática obriga você a saber demonstrar as coisas em sinais. Em regras e tudo mais (…). O que às vezes tá embolando é isso, acertar cada sinal. ‘Contido’, ‘não contido’, isso a gente, quer dizer eu pelo menos tô tentando aprender agora nunca vi”. [A₁, E].

Ainda na HQ₃, a utilização de letras do tipo a , b e c para representar as coordenadas de três pontos A, B e C, nessa ordem, e as sucessivas operações algébricas apresentadas no texto dificultaram a compreensão de alguns estudantes. “Com exemplos [numéricos] já seria bem melhor (…) daria mais para a gente entender”, destacou A₈ em entrevista. A figura 8 apresenta o excerto de uma proposição onde aparecem tais representações.

Figura 8 - Relações entre o ordenamento de três pontos e as suas coordenadas



Na opinião dos estudantes, a demonstração presente na figura 8 seria mais inteligível se, no início do texto, fossem utilizados números em vez de letras para representar as coordenadas dos pontos A, B e C. Somente após a apresentação de vários exemplos numéricos, dever-se-ia passar para as representações algébricas, sugeriram os participantes.

Situação semelhante foi verificada durante a leitura da HQ₄. Para os estudantes, o axioma que relacionava a medida de um ângulo à diferença, em módulo, entre as coordenadas das semirretas de mesma origem que o constitui seria melhor compreendida com a utilização de exemplos numéricos.

Bieda (2010) adverte os professores acerca da tendência inadequada dos estudantes de demonstrar resultados matemáticos por meio de exemplos. Não é o caso dos sujeitos aqui investigados. Eles não solicitaram a substituição das demonstrações matemáticas pela utilização de exemplos. Apenas sugeriram a introdução de exemplos no sentido de torná-las mais inteligíveis.

A demanda dos estudantes pela inserção de mais exemplos nas HQs revela a maior familiaridade desses atores com o raciocínio de natureza indutiva em detrimento do raciocínio dedutivo. De acordo com Hansen (1998), o desenvolvimento desses dois tipos de raciocínios é um dos contributos do ensino de geometria. Entretanto, alerta Weber (2001), deve-se evitar apenas a utilização unívoca do raciocínio indutivo para evitar a obtenção de conclusões equivocadas. Por outro lado, negligenciando-se o uso do raciocínio indutivo, a aprendizagem pode ser tornar mais lenta ou até mesmo inviável.

Além da ampliação dos exemplos numéricos, os estudantes sugeriram o aumento do número de atividades propostas nas histórias. A inserção de mais atividades, denominadas pelos estudantes como “exercícios”, também foi requerida pelos estudantes A₁₁, A₁₀ e A₂₇, conforme se pode observar na figura 9.

Figura 9 - Inserção de mais exercícios nas HQs segundo os participantes

Com mais exercício, fixaria bem mais os teoremas, para preparar a demonstração, depois assim pra responder qualquer exercício, tendo que ter resolvido o assunto, pra com uma nota ou mais a Hq, ~~para~~ ^{para} ~~compreender~~ ^{compreender} ~~a~~ ^a ~~melhor~~.

Quanto mais exercício, maior fixação na memória.

A cada teorema, hipóteses e demonstração, deveria de ter uma atividade, pois se relacionamos em prática aquilo que se aprendemos. Quando fica mais a final da resposta se repassa e muitas vezes se tem que voltar.

Porque com mais exercícios nós podemos identificar nossas dificuldades antes da prova.

Os relatos descritos na figura 9 apontam as atividades (exercícios) como ferramenta de apoio para a compreensão das proposições e teoremas presentes nas HQs. A inserção de exercícios demonstra que esses os participantes atribuem à literatura em quadrinhos com fins educacionais algumas características de livros didáticos. Eles atribuem aos exercícios as finalidades de revisão e fixação dos conteúdos e de preparação para as provas.

A despeito de agregar complexidade à narrativa em quadrinhos, a presença dos teoremas e de suas demonstrações é defendida pela maioria dos estudantes. Contudo,

destaca o aluno A₂₄, a apresentação dos conteúdos de geometria em uma perspectiva axiomática não deve se limitar às HQs. É necessário introduzir outras fontes de aprendizagem: “(...) teoremas, proposição e suas demonstrações expostos através de HQ é interessante como introdução do assunto, mas além da HQ também tenha [deve haver] outro tipo de exposição” [A₂₄, Q₂].

No decorrer dos encontros, houve sugestões tendo em vista a melhoria nas HQs. Referindo-se à HQ₄, o aluno A₂₀ destacou que a história “tá grande” e que “deveria ser dividida em duas partes” [DB]. Com relação à HQ₂, foi relatado que “a quantidade de informação é muita e prejudica a compreensão” [A₂₄, E]. O aluno A₂₅ vai ao encontro dos seus colegas declarar que “o excesso de conteúdo não garante [a] boa formação do graduando” [A₂₅, Q₂]. As HQs com fins educacionais se prestam à exposição dos conteúdos a partir de alguma narrativa ficcional. Assim, em alguns casos, correm o risco de se tornarem extensas quando destinadas à apresentação dos conteúdos com profundidade.

Considerações finais

O êxito na utilização de HQs no processo de ensino e aprendizagem de geometria está associado a um conjunto de fatores: o nível de complexidade dos assuntos e a forma utilizada para apresentá-los; utilização adequada das linguagens verbal e icônica. Os autores de HQs com fins educacionais devem levar em consideração estes aspectos na construção das narrativas.

Não obstante a possibilidade de se utilizar HQs na exposição dos mais variados assuntos escolares (VERGUEIRO, 2006) os dados revelaram que a complexidade intrínseca dos conteúdos interfere na aprendizagem dos estudantes. Quanto mais simples o assunto, maior será a aceitação do estudante.

O interesse pela leitura não está vinculado apenas à presença de assuntos de baixo teor de complexidade. É preciso apresentá-los por meio de narrativas de prendam a atenção dos estudantes. A utilização de temas que interessam a estes sujeitos ajudam a provocar-lhe o interesse pela história. A preocupação com a articulação entre os conteúdos e o dia a dia dos alunos não deve ser negligenciada.

O uso das linguagens verbal e icônica deve ser feito de forma cuidadosa. Se, por um lado, os estudantes aspiram pela presença de uma linguagem coloquial nas HQs (LUYTEN, 2011b), por outro, o formalismo faz parte da linguagem matemática

(FLORENÇO, 2014) e não pode ser descartado. É preciso equilibrar esta balança. Embora menos conflitante, o uso de imagens também inspira cuidados. Com efeito, as representações imagéticas, quando usadas indevidamente, podem levar os estudantes a conclusões limitadas e, em alguns casos equivocadas. Entretanto, o contributo das imagens para a compreensão do texto é indiscutível, basta se fazer uso das mais variadas representações icônicas de um mesmo conceito.

Além dos elementos apontados acima, deve-se ter em mente, na produção de uma HQ destinada a aprendizagem de geometria, se os leitores detêm os pré-requisitos necessários para a compreensão dos conteúdos ali expostos. Deve-se ainda procurar conciliar os raciocínios de natureza indutiva e dedutiva e introduzir atividades que estimulem os alunos a revisitarem à exposição teórica apresentada na HQ. O excesso de conteúdo em uma mesma história deve ser evitado.

Referências bibliográficas

ANDRADE, J. A. A.; NACARATO, A. M. Tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. **Educação Matemática em Revista**, v. 11, n. 17, p. 61-70, 2005.

BALLADARES, B. L. **Malba Tahan, Matemática e Histórias em Quadrinhos**: produção discente de HQs em uma colônia de pescadores. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil. 2014.

BANKOV, K. Teaching geometry of Bulgaria. **European Journal of Science and Mathematics Education**, v. 1, n. 3, p. 158-164, 2013.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

BATTISTA, M. T. Highlights of research on learning school geometry. In Craine, T. V.; Rubenstein, R. (Eds.). **Understanding geometry for a changing world**. United States: National Council of Teachers of Mathematics, 2009, p. 91-108.

BIEDA, K. N. Enacting Proof-Related Tasks in Middle School Mathematics: Challenges and Opportuniti. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 41, n. 4, p. 351-382, 2010.

CHIZZOTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 16, n. 2, p. 221-236, 2003.

CLEMENTS, D. H. Teaching and learning geometry. In Kilpatrick, J; Martin, W.; Schifter, D (Eds.). **A research companion to principles and standards for school mathematics**. Reston, Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 151-178

COLLARES, T. S. L. L. **Análise de livros didáticos: geometria no ensino fundamental**. 2012. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

CONSTANTINO, G. A. Matemática e língua materna: resenha de "Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua". **Linguagem em Dis(curso)**, v. 1, n. 1, p. 1-4, 2000.

COUTINHO, M. C. **Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática**. Portugal: Editora Almedina, 2013.

CRESCENTI, E. P. **Os professores de matemática e a geometria**: opiniões sobre a área e seu ensino. 2002. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2002.

CRUZ, M. O. **A construção da identidade pessoal e do conhecimento**: as narrativas no ensino de matemática. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

DIAS, M. S. S. **Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática**: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In Mammana, C.; Villani, V. (Eds.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century**. London: Kluwer Academic Publishers, 1998, P. 37-52.

FERNANDES, D; FONSECA, L. Argumentação e demonstração no contexto da formação inicial de professores. In Borralho, A; Monteiro, C; Espadeiro, R. (Orgs.), **A matemática na formação do professor**. Évora: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2003, p. 249-275.

FLORENÇO, R. L. A linguagem matemática na sala de aula: perspectivas e dificuldades. **E-xacta**, v. 7, n. 1, p. 29-34, 2014.

FRANCO, E. Criando histórias em quadrinhos com técnicas alternativas. In Neto, E. S.; Silva, M. R. P. (Orgs.). **Histórias em quadrinhos & educação: Formação e prática docente**. São Bernardo do Campo, SP: UMESP, 2011, p. 107-125.

GIARDINETTO, J. R. B. A matemática em diferentes contextos sociais: diferentes matemáticas ou diferentes manifestações da matemática? Reflexões sobre a especificidade e a natureza do trabalho educativo escolar. In REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 25, 2002, Caxambu. **Resumos...** Caxambu: Vozes, 2002, p. 147-148.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: ABDR Editora Afiliada, 2004.

GALL, M. D.; GALL, J. P.; BORG, W. R. **Educational research: An introduction**. New York: Longman Publishers USA, 1996.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

HANSEN, V. L. Changes and trends in geometry curricula. In Mammana, C.; Villani, V. (Eds.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century**. London: Kluwer Academic Publishers, 1998, p. 235-242.

HULL, D. **Teaching mathematics contextually: the cornerstone of tech prep**. United States of America: CORD Communications, 1999.

IMENES, L. M.; JAKUBO, J.; LELIS, M. **Pra que serve Matemática? Geometria**. São Paulo: Editora Atual, 2011.

JONES, K. Issues in the teaching and learning geometry. In Haggarty, L. (Ed.). **Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice**. London: Routledge Falmer, 2002, p. 121-139.

KALEFF, A. M. (1994). Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista**, 2, p.19-25, 1994.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, 4, p. 4-13, 1995.

LUYTEN, S. M. B. **Introdução** (Série História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem). Rio de Janeiro: TV Escola – Salto para o futuro, 2011a.

_____. **Quadrinhos na sala de aula** (Série História em quadrinhos: um recurso de aprendizagem). Rio de Janeiro: TV Escola – Salto para o futuro, 2011b.

MAZZOTTI, A. J. A.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisas quantitativas e qualitativas**. São Paulo: Editora Pioneira, 1999.

MORRISON, T. G.; BRYAN, G.; CHILCOAT, G. W. Using student-generated comic books in the classroom. **Journal of the Adolescent & Adult Literacy**, v. 45, n.8, p. 758-767, p. 2002.

NETO, E. S.; SILVA, M. R. P. Introdução. In Neto, E. S.; Silva, M. R. P. (Orgs.). **Histórias em quadrinhos & educação: formação e prática docente**. São Bernardo do Campo: Editora UESP, 2011, p.19-32, 2011.

PETIT, J. P. **As aventuras de Anselmo curioso**. Tradução de L. Pignatelli. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1982.

PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. **Quadrante**, v. 3, n. 1, p. 3-18, 1994.

SILVA, M. C. L. A geometria escolar em Portugal e no Brasil: possibilidades de um estudo comparativo. In CONGRESSO BRASILEIRO DA HISTÓRIA DA

EDUCAÇÃO, 5, 2008, Aracaju. **Anais...** Aracaju: Sociedade Brasileira de História da Educação, 2008, p. 133-145.

SIYEPU, S. W.; MTONJENI, M. Geometrical concept in real life: a case of south african traffic road signs. In Lebitso, M.; Maclean, A. (Eds.). **20th Annual National Congress of the Association for Mathematics of South Africa**. Kimberley: Association for Mathematics Education of South Africa, 2014, p. 213-222.

SMITH, A. **Teaching with comics**. Lethbridge, Canada: University of Lethbridge, 2006.

SMITH, J. **Methods of geometry**. New York: A Wiley Interscience Publication, 2000.
VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In Rama, A; Vergueiro, W. (Orgs.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. São Paulo: Editora Contexto, 2006, p. 7-30.

WEBER, K. Student difficulty in constructing proofs: the need for strategic knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 48, n. 1, p.101-119, 2001.